Impressora Rostock

Es una impressora 3D molt popular dintre dels amateurs del ram i de la que s'han construït múltiples models. Aquesta esta inspirada amb el robot Delta del suís Clavel però substituint els actuadors rotatius d'aquell per uns altres lineals verticals. Aquesta impressora ha estat dissenyada per Johann Rocholl, enginyer de Google, d'origen alemany i nascut a Rostock.

Consta d'un efector, amb un injector de plàstic al seu centre, i de tres braços, constituïts per paral·lelograms articulats, que fan que la superfície de l'ejector es desplaci sempre paral·lela al pla horitzontal. Es posiciona a qualsevol punt x,y del pla horitzontal a traves del posicionament dels extrems de cada un dels paral·lelograms que es mouen linealment i verticalment a traves de columnes fixes i rígides. L'unio dels braços de cada paral·lelogram es a traves de 4 juntes universals, amb dos graus de llibertat, que permeten la rotació de cada braç amb dos eixos ortogonals

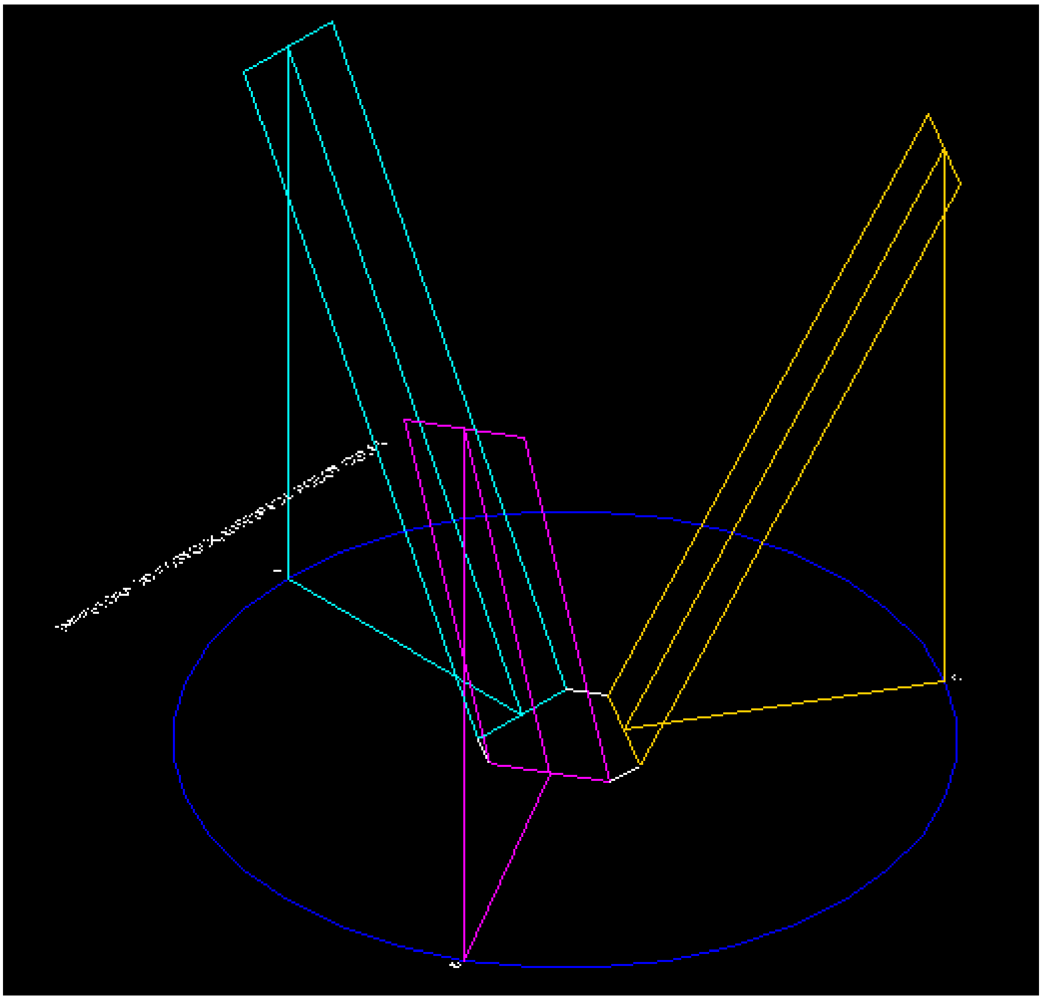

Fig 1- Esquema de l'impressora Rostock amb l'efector centrat

A la figura 2 es presenta la projecció horitzontal del robot amb l'ejector situat al centre i amb les línies auxiliars pels càlculs posteriors. Es pot observar que la posició física de les columnes A, B, C esta situada sobre una circumferència de radi RC i amb angles β1, β2 i β3 que per principi son equidistants a 120º. El gràfic presenta també els valors de diferents punts significants per càlculs posteriors.

El radi D presenta l'àrea dintre la que interessa imprimir

L'intersec cio entre la circumferència de radi RC-RE i les tres línies centrals auxiliars situades a β1=90º, β2=210º i β3=330º dona tres punts que son els punts de posicionament virtuals de les columnes A, B, i C. Aquestos punts son utilitzats per simplificar la generació dels càlculs finals

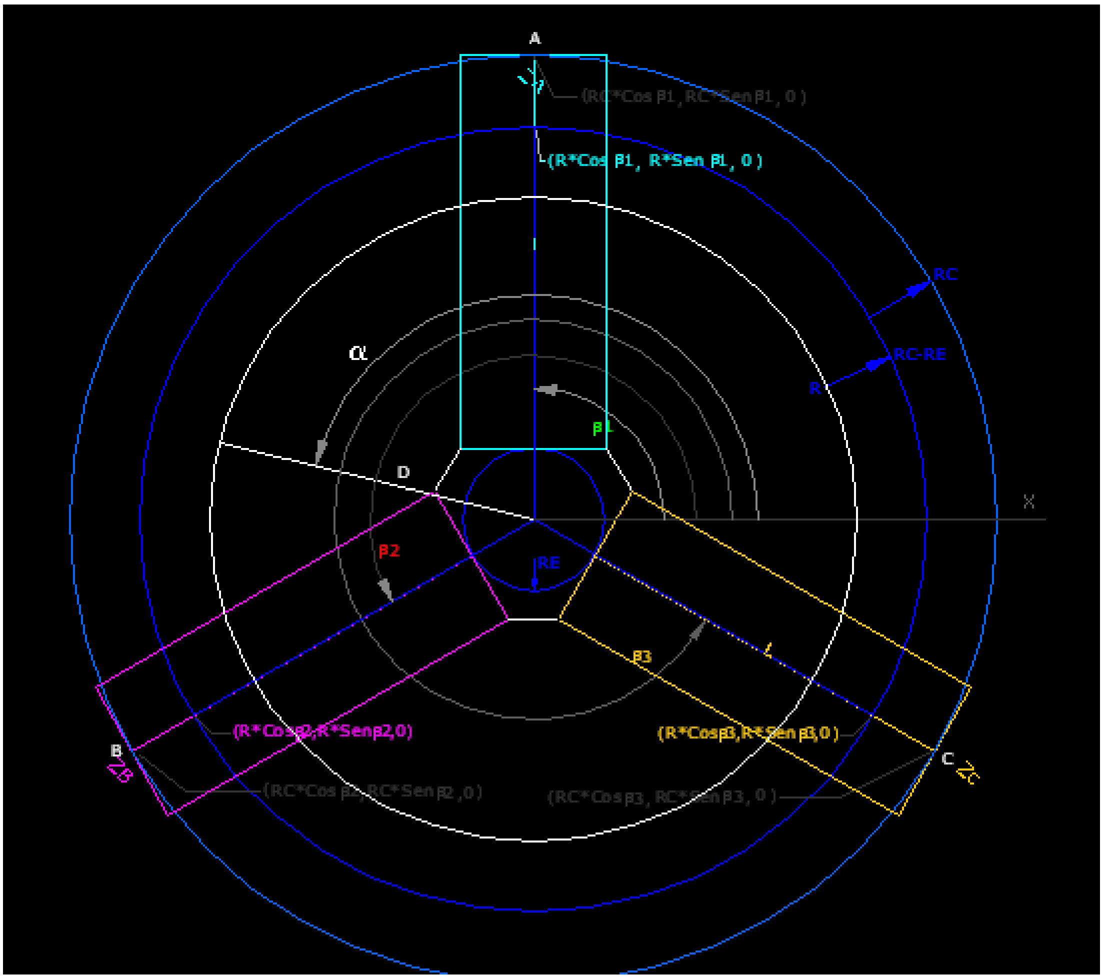

Fig 2- Projecció horitzontal de l'ejector situat al centre 0,0

La figura 3 presenta una vista 3D del ejector situat amb un punt qualsevol (x,y,0). Les línies verticals representen l'alçada total quan l'ejector estava situat al centre i es pot observar l'ubicacio dels paral·lelograms que corresponen amb l'ejector al punt (x,y,0).

L representa la longitud del braç llarg del paral·lelogram

ZA, ZB i ZC representa la cota d'alçada del braços de cada paral·lelogram

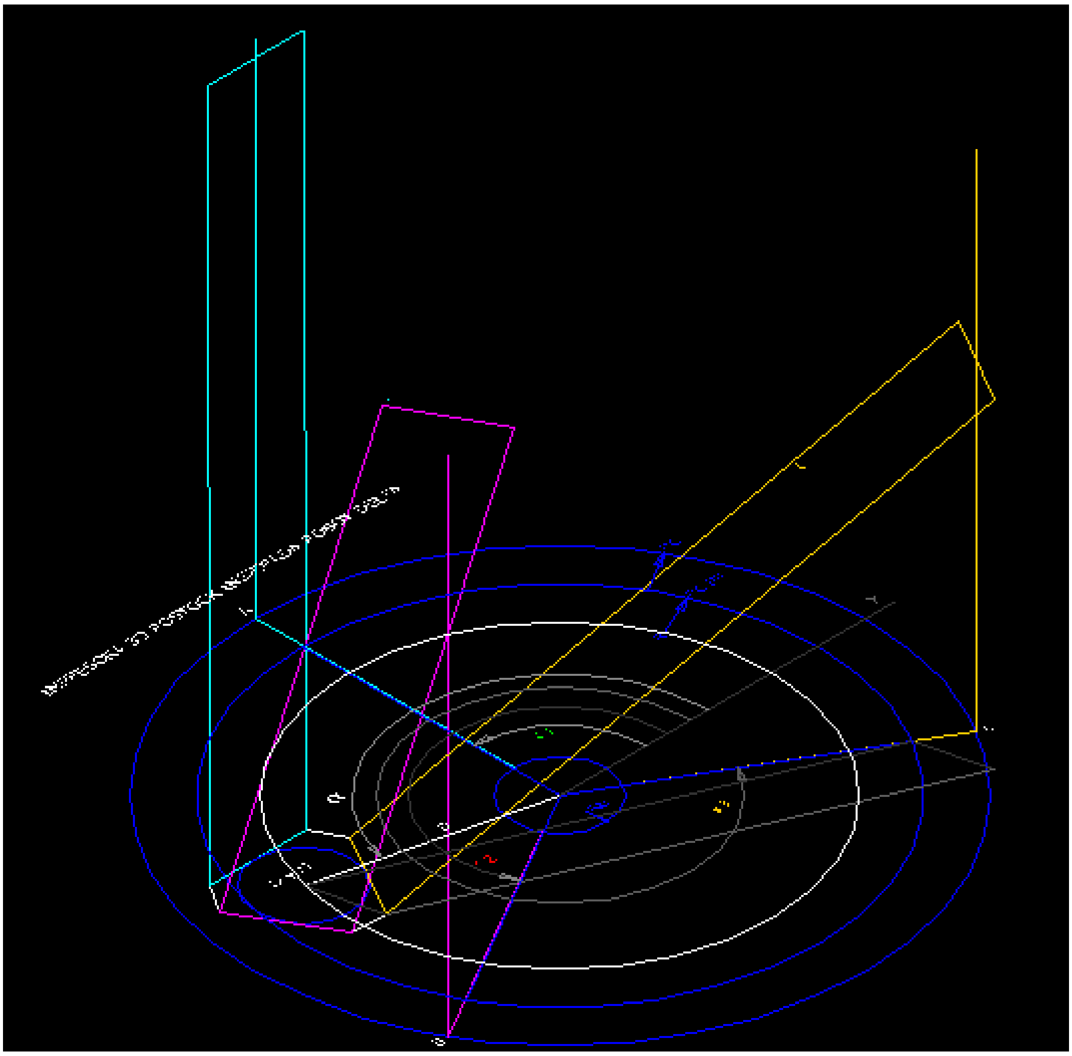

Fig 3- Vista 3D amb l'ejector situat a (x,y,0)

La figura 4 presenta la projecció horitzontal de la vista general de la figura 3 Aquí es pot observar (veure paral·lelogram de línies grises) que la projecció horitzontal del braç L del paral·lelogram es dimensionalment idèntica a la distancia entre el punt (x,y,z) i el punt virtual de la columna C; es a dir entre el (x,y,0) i el (R*Cosβ3, R*Senβ3,0). Veure figura 5.
La distancia d^2 entre aquestos dos punts anteriors serà:

$$d^2=(R\cdot\cos\beta_3-x)^2+(R\cdot\sin\beta_3-y)^2$$ i per tant

$$Z_B^2+(R\cdot\cos\beta_3-x)^2+(R\cdot\sin\beta_3-y)^2=L^2$$

que es la equació principal i de la qual es poden calcular els valors Z

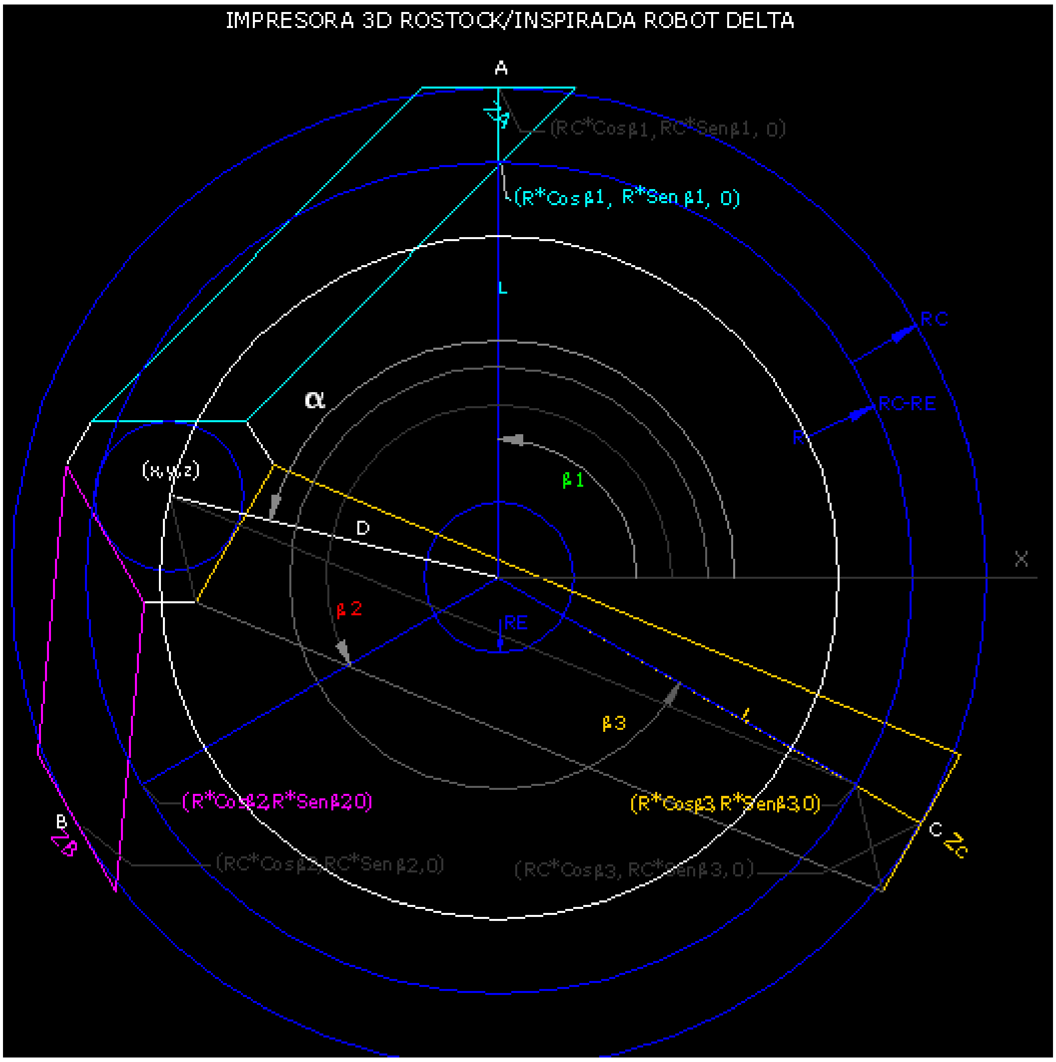

Fig 5- Projecció horitzontal del ejector situat a (x,y,0)

Les equacions generals que defineixen els valors ZA, ZB i ZC seran els indicats a la figura 6

PER CALCULAR ZA, ZB i ZC

$$Z_A^2 + (R*\mathrm{Cos}\,\beta 1 - D*\mathrm{Cos}\,\alpha)^2 + (R*\mathrm{Sen}\,\beta 1 - D*\mathrm{Sen}\,\alpha)^2 = L^2$$

$$Z_B^2 + (R*\mathrm{Cos}\,\beta 2 - D*\mathrm{Cos}\,\alpha)^2 + (R*\mathrm{Sen}\,\beta 2 - D*\mathrm{Sen}\,\alpha)^2 = L^2$$

$$Z_C^2 + (R*\mathrm{Cos}\,\beta 3 - D*\mathrm{Cos}\,\alpha)^2 + (R*\mathrm{Sen}\,\beta 3 - D*\mathrm{Sen}\,\alpha)^2 = L^2$$

$$Z_A^2 + (R*\mathrm{Cos}\,\beta 1 - X)^2 + (R*\mathrm{Sen}\,\beta 1 - Y)^2 = L^2$$

$$Z_B^2 + (R*\mathrm{Cos}\,\beta 2 - X)^2 + (R*\mathrm{Sen}\,\beta 2 - Y)^2 = L^2$$

$$Z_C^2 + (R*\mathrm{Cos}\,\beta 3 - X)^2 + (R*\mathrm{Sen}\,\beta 3 - Y)^2 = L^2$$

Fig 6- Equacions generals de l'impresora Rostock

Per calcular la resposta del sistema Δz a petits increments Δx i Δy es pot calcular diferenciant les equacions anteriors de la figura 6

PER CALCULAR $\Delta Z = f(x, y, R, \beta, L)$

$$Z_A * \Delta Z_A - (R*\mathrm{Cos}\,\beta 1 - X) * \Delta X - (R*\mathrm{Sen}\,\beta 1 - Y) * \Delta Y = 0$$

$$Z_B * \Delta Z_B - (R*\mathrm{Cos}\,\beta 2 - X) * \Delta X - (R*\mathrm{Sen}\,\beta 2 - Y) * \Delta Y = 0$$

$$Z_C * \Delta Z_C - (R*\mathrm{Cos}\,\beta 3 - X) * \Delta X - (R*\mathrm{Sen}\,\beta 3 - Y) * \Delta Y = 0$$

$$\Delta Z_A = \frac{(R*\mathrm{Cos}\,\beta 1 - X)}{Z_A} \Delta X + \frac{(R*\mathrm{Sen}\,\beta 1 - Y)}{Z_A} \Delta Y$$

$$\Delta Z_B = \frac{(R*\mathrm{Cos}\,\beta 2 - X)}{Z_B} \Delta X + \frac{(R*\mathrm{Sen}\,\beta 2 - Y)}{Z_B} \Delta Y$$

$$\Delta Z_C = \frac{(R*\mathrm{Cos}\,\beta 3 - X)}{Z_C} \Delta X + \frac{(R*\mathrm{Sen}\,\beta 3 - Y)}{Z_C} \Delta Y$$

Fig-7 Δz amb funció de Δx i Δy

Es pot veure que la resposta del sistema Δz no es constant i depèn, apart de Δx i Δy, de la situació del punt (x,y) on es troba el centre del efector i també dels paràmetres R i L de l'impressora. Per tant cal elegir adequadament els valors de R i L per obtindre el funcionament optim d'aquesta impressora.

Estat actual del disseny

Una vegada un fixe l'àrea en la que vol imprimir, com per exemple un cercle de radi D, el pas següent es triar el radi R i el braç L dels paral·lelograms.
Si ens fixem a les formules que defineixen els valors ΔZ de la figura 7 es pot veure que aquestos son del tipus següent

$$\Delta Z_A = m1 * \Delta x + n1 * \Delta y$$
$$\Delta Z_B = m2 * \Delta x + n2 * \Delta y$$
$$\Delta Z_C = m3 * \Delta x + n3 * \Delta y$$

on m=f(R,x,y,L) i n=g(R,x,y,L) ... i amb concret:

$$m=(R*Cos\beta-x)/Z=(R*Cos\beta-x)/\sqrt{}(L\hat{}2-(R*Cos\beta-x)\hat{}2-(R*Sen\beta-y)\hat{}2)$$
$$n=(R*Sen\beta-x)/Z=(R*Sen\beta-x)/\sqrt{}(L\hat{}2-(R*Cos\beta-x)\hat{}2-(R*Sen\beta-y)\hat{}2)$$

Per calcul es tindran que trobar valors òptims de R i L que fessin que **m** i **n** siguin màxims, amb general, per al total dels 3+3 valors m i n.

Crec que els valors ideals, per m i n, podrien ser a la practica entre 1 i 2 i sempre defugir dels valors que tendeixin a 0

$$m=(R*Cos\beta-x)/\sqrt{}(L\hat{}2-(R*Cos\beta-x)\hat{}2-(R*Sen\beta-y)\hat{}2)$$
$$n=(R*Sen\beta-x)/\sqrt{}(L\hat{}2-(R*Cos\beta-x)\hat{}2-(R*Sen\beta-y)\hat{}2)$$

Hi ha una condició de contorn que relaciona el braç L, el radi R i el radi del cercle D on es vol imprimir que es: L>R+D i els valors de x,y es troben dins del cercle de radi D.
Un problema maco de matemàtiques¡¡¡

Resum formules i Dimensions del Model

DIMENSIONS DEL MODEL

$\beta 1 = 90^\circ \quad \beta 2 = 210^\circ \quad \beta 3 = 330^\circ \quad R = RC - RE$

$L = 350mm \quad RC = 189mm \quad RE = 29mm \quad R = 160mm$

$R * Cos\beta 1 = 0$	$R * Sen\beta 1 = 160$
$R * Cos\beta 2 = -138.564$	$R * Sen\beta 2 = -80$
$R * Cos\beta 3 = 138.564$	$R * Sen\beta 3 = -80$

PER CALCULAR ZA, ZB i ZC

$$Z_A^2 + (R * Cos\beta 1 - D * Cos\alpha)^2 + (R * Sen\beta 1 - D * Sen\alpha)^2 = L^2$$

$$Z_B^2 + (R * Cos\beta 2 - D * Cos\alpha)^2 + (R * Sen\beta 2 - D * Sen\alpha)^2 = L^2$$

$$Z_C^2 + (R * Cos\beta 3 - D * Cos\alpha)^2 + (R * Sen\beta 3 - D * Sen\alpha)^2 = L^2$$

$$Z_A^2 + (R * Cos\beta 1 - X)^2 + (R * Sen\beta 1 - Y)^2 = L^2$$

$$Z_B^2 + (R * Cos\beta 2 - X)^2 + (R * Sen\beta 2 - Y)^2 = L^2$$

$$Z_C^2 + (R * Cos\beta 3 - X)^2 + (R * Sen\beta 3 - Y)^2 = L^2$$

PER CALCULAR $\Delta Z = f(x, y, R, \beta, L)$

$$Z_A * \Delta Z_A - (R * Cos\beta 1 - X) * \Delta X - (R * Sen\beta 1 - Y) * \Delta Y = 0$$

$$Z_B * \Delta Z_B - (R * Cos\beta 2 - X) * \Delta X - (R * Sen\beta 2 - Y) * \Delta Y = 0$$

$$Z_C * \Delta Z_C - (R * Cos\beta 3 - X) * \Delta X - (R * Sen\beta 3 - Y) * \Delta Y = 0$$

$$\Delta Z_A = \frac{(R * Cos\beta 1 - X)}{Z_A} \Delta X + \frac{(R * Sen\beta 1 - Y)}{Z_A} \Delta Y$$

$$\Delta Z_B = \frac{(R * Cos\beta 2 - X)}{Z_B} \Delta X + \frac{(R * Sen\beta 2 - Y)}{Z_B} \Delta Y$$

$$\Delta Z_C = \frac{(R * Cos\beta 3 - X)}{Z_C} \Delta X + \frac{(R * Sen\beta 3 - Y)}{Z_C} \Delta Y$$